# Aufgabe 18)

## Bezierkurven

C(t) = i,n(t)Pi wobei Bi,n(t) = 

### **Formel für Kurve 4.Grades:**

C(t) = i,4(t)Pi

=  t0 (1-t)4  +  t1 (1-t)3  +  t2 (1-t)2  +  t3 (1-t)1  +  t4 (1-t)0 

= (1-t)4 + 4t (1-t)3 + 6t2 (1-t)2 + 4t3 (1-t)  + t4

### **Kontrollpunkte und Grad der Kurve**

Eine Kurve ersten Grades enthält 2 Punkte, eine Kurve 2 Grades enthält 3 Kontrollpunkte, eine dritten Grades enthält 4 Kontrollpunkte.

🡪 eine Kurve n-ten Grades enthält n+1 Kontrollpunkte

### **Punkte in einer Kurve 3. Grades**

Punkte: P0 = (-3, -2)T ; P1 = (-1, -3)T ; P2 = (1, 3)T ; P3 = (3, -11)T

Herleitung der Formel wie oben

🡪 C(t) = (1-t)3 + 3t(1-t)2 + 3t2(1-t)  + t3

Verschiedene T-Werte einsetzen:

C= (1-)3 + 3 (1-)2 + 3(1-)  + 

= (-3, -2)T + (-1, -3)T +  (1, 3)T + (3, -11)T

= + + + = 

C= (1-)3 + 3 (1-)2 + 3(1-)  + 

= (-3, -2)T + (-1, -3)T +  (1, 3)T + (3, -11)T

= + + + = 

C= (1-)3 + 3 (1-)2 + 3(1-)  + 

= (-3, -2)T + (-1, -3)T +  (1, 3)T + (3, -11)T

= + + + = 

Steigungen:

C(t) = (1-t)3 + 3t(1-t)2 + 3t2(1-t)  + t3

🡪 C’(t) = -3(1-t)2P0 + (9t2 -12t + 3)P1 + (6t-9t2)P2 + 3t2P3

Die Steigung ergibt sich dann aus der Steigung des Vektors zum berechneten Punkt,

d.h. m = Y/X

C’ = -3(1-)2P0 + (9-12 + 3)P1 + (6-9)P2 + 3P3

= (-3, -2)T +0(-1, -3)T +1(1, 3)T + (3, -11)T

= + + = 

🡪 m = Y/X = 

C’ = -3(1-)2P0 + (9-12 + 3)P1 + (6-9)P2 + 3P3

= (-3, -2)T + (-1, -3)T +  (1, 3)T + (3, -11)T

= + + + = 

🡪 m = Y/X = 

C’ = -3(1-)2P0 + (9-12 + 3)P1 + (6-9)P2 + 3P3

= (-3, -2)T +(-1)(-1, -3)T +0(1, 3)T + (3, -11)T

= + + = 

🡪 m = Y/X = 

### **Kurven und Funktionen**

Unter Umstände kann man Bezier Kurven zweiten Grades in Funktionen umwandeln.

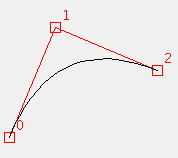
Das ist der Fall, falls die Kurven zu jedem x-Wert höchstens ein y-Wert besitzen.

Da eine Kurve zweiten Grades 3 Kontrollpunkte P0, P1 und P3 besitzt, und da der Punkt in der Mitte (also, P1) die Richtung bestimmt aus der die Kurve von P0 aus nach P2 kommt, gilt, dass damit die Kurve als Funktion umgewandelt werden kann, die X-Werte aller drei Kontrollpunkte stetig fallen bzw. steigen müsswn, also:

P0.X < P1.X < P2.X oder P0.X > P1.X > P2.X

Hier ein Beispiel für eine Kurve mit Kontrollpunkte die obiges Kriterium erfüllen,

und somit sich als Funktion transformieren lassen würde:



Hier ein Beispiel wo die Bedingung nicht erfüllt ist, und damit die Umwandlung nicht möglich wäre:

